

23. [2,6 ball] Пусть $\{a_k\}$ и $\{b_k\}$ - последовательности, где $a_k = (k^2 + 1)k!$ и $b_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_k$. Если $\frac{a_{2025}}{b_{2025}} = \frac{m}{n}$ где m и n - взаимно простые натуральные числа, то найдите значение $n - m$.

A) 2025 B) 2024 C) 1012 D) 4050

24. [2,6 ball] Для функций $f: R \rightarrow R$ и

$g: R \rightarrow R$ выполняется равенство

$$\sin x + \cos y = f(x) + f(y) + g(x) - g(y)$$

для всех $x, y \in R$. Если $g\left(\frac{5\pi}{4}\right) = 1$.

найдите $g(\pi)$.

A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

25. [2,6 ball] $x^2 - 8[x] + 12 = 0$. Сколько корней имеет уравнение, где $[a]$ - наибольшее целое число, меньшее a .

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

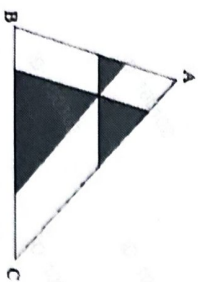
26. [2,6 ball] Если $x + y + z = 1$,

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2, x^3 + y^3 + z^3 = 3,$$

найдите $x^4 + y^4 + z^4$.

A) $\frac{13}{5}$ B) $\frac{25}{6}$ C) $\frac{19}{4}$ D) $\frac{29}{6}$

27. [2,6 ball] Когда проводятся параллельные прямые через любую точку внутри треугольника ABC, образуются треугольники с площадями 2, 6 и 18 (см. рисунок). Найдите площадь треугольника ABC.

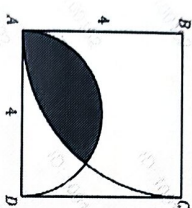


A) $38 + 16\sqrt{3}$ B) $48 + 12\sqrt{3}$
C) $24 + 16\sqrt{3}$ D) $24 + 12\sqrt{3}$

28. [2,6 ball] Сколько существует трёхзначных чисел, кратных 11, составленных только из цифр от 1 до 9? (Цифры могут повторяться, цифра 0 не используется.)

A) 81 B) 70 C) 66 D) 64

29. [2,6 ball] В квадрате ABCD с центром в точке В проведена окружность радиусом 4 и на стороне AD как на диаметре проведена перпендикулярная хорда. Найдите площадь закрашенной фигуры.



A) $8\pi - 8 - 16\arctan 2$
B) $8\pi - 4 - 16\arctan 2$
C) $8\pi - 8 - 12\arctan 2$
D) $16\pi - 8 - 12\arctan 2$

30. [2,6 ball] У Джамола есть 2 монеты, у Хамида — 3 монеты. Они прижались и обменялись по одной монете: на каждом шаге каждый случайным образом выбирал одну из своих монет с равной вероятностью и отдавал её другому. Какова вероятность того, что после трёх обменов у обоих снова будут их первоначальные монеты?

A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{24}$ C) $\frac{1}{48}$ D) $\frac{5}{48}$



ЦЕНТР ПРЕДМЕТНЫХ ОЛИМПИАД

Раскрываем таланты!

ЦЕНТР ПРЕДМЕТНЫХ ОЛИМПИАД ПРИ АГЕНСТВЕ
СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ

РАЙОННЫЙ (ГОРОДСКОЙ) ЭТАП ОСНОВНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМ ПРЕДМЕТАМ В 2025–2026 УЧЕБНОМ ГОДУ

СБОРНИК ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ (10 класс)

Фамилия, имя и отчество участника

Подпись

Данный сборник тестовых заданий состоит из 30 (1–30) заданий закрытого типа. Были, предусмотренные за каждое задание, указаны в тестовом сборнике. Все задания являются закрытого типа и содержат варианты ответов А, В, С и D. Участник должен выбрать только один правильный ответ для каждого задания и полностью закрасить соответствующий кружок в бланке ответов.

Выделенное время: 90 минут
Количество вопросов: 30 шт.
Максимальный балл: 50 баллов

Ushbu savollar kitobi 4 sahifadan iborat

Официальный телеграм-канал
Центра предметных олимпиад
@fup_olimpiadent_M

Решения олимпиадных заданий
будут регулярно публиковаться в
данном телеграм-канале



© Центр предметных олимпиад. 2025

1. [0,9 балл] Найдите значение следующей суммы ряда:

$$\sum_{k=0}^{2025} k! \cdot (2025 - k)! \cdot 2^k$$

- A) $\frac{1 - (-2)^{2025}}{3}$ B) -1 C) 1 D) $3 \cdot 2025$

2. [0,9 балл] Если числа x и y удовлетворяют условиям $\frac{x-y}{x+y} = 7$ и $\frac{xy}{x+y} = -84$, то найдите значение выражения $(x+y) + (x-y) + xy$

- A) -532 B) -568 C) -588 D) -600

3. [0,9 балл] Если $\{a\}$ обозначает дробную часть числа a , то вычислите следующую сумму:

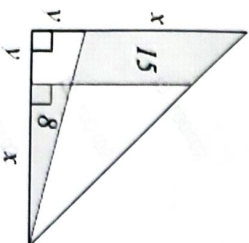
$$\{2 - \sqrt{2}\} + \{2 + \sqrt{2}\} + \{3 - \sqrt{3}\} + \{3 + \sqrt{3}\} + \{4 - \sqrt{4}\} + \{4 + \sqrt{4}\} + \dots + \{2025 - \sqrt{2025}\} + \{2025 + \sqrt{2025}\}$$

- A) 1979 B) 1980 C) 2024 D) 2025

4. [0,9 балл] Для действительного положительного числа a функция $f(x) = \frac{1}{a} - \frac{1}{a^2 + x^2}$ является нечётной. Найдите множество значений этой функции.

- A) $(-1; 1)$ B) $(-\infty; 1)$
C) $(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$ D) $(-\infty; 0)$

5. [0,9 балл] В прямоугольном треугольнике площади двух заштрихованных областей равны 15 и 8. Отрезки обозначены x и y . Найдите произведение xy .



- A) $2\sqrt{30}$ B) 14 C) 11.5 D) 12

6. [0,9 балл] По сколькоим различным способам 12 учеников можно разделить на 4 группы?

- A) 5760 B) 5775 C) 34650 D) 40320

7. [0,9 балл] Если для нечётного числа n выполнено $\sqrt[n]{n} - \frac{1}{\sqrt[n]{n}} = 1$, найдите значение $n^3 - \frac{1}{n^3}$.

- A) 76 B) -2 C) 33 D) 36

8. [0,9 балл] Дано 10 красных и 10 синих шаров. Сколькими способами можно расположить эти шары в один ряд так, чтобы никакие два красных шара не находились рядом?

- A) 1 B) 11 C) 20 D) 21

9. [0,9 балл] Если $(1 + \sin \alpha)^{\frac{1}{3}} + (1 - \sin \alpha)^{\frac{1}{3}} = 1,5$, найдите значение выражения $(1 + \sin \alpha)^{\frac{2}{3}} - (\cos \alpha)^{\frac{2}{3}} + (1 - \sin \alpha)^{\frac{2}{3}}$

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 3

10. [0,9 балл] Сколько делителей числа 2022 являются полными квадратами или полными кубами?

- A) 345 B) 396 C) 364 D) 345

11. [1,5 балл] Сколькими способами можно распределить 5 различных книг между 3 учениками, если каждый ученик должен получить хотя бы одну книгу?

- A) 144 B) 150 C) 240 D) 243

12. [1,5 балл] Сколько пар целых чисел (x, y) являются решениями уравнения:

$$3x^2y - 12xy - 8y - 7 = 0$$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4

13. [1,5 балл] Функции f и g определены следующей таблицей, в которой некоторые значения отсутствуют и обозначены знаком вопроса (?). В таблице также приведены некоторые значения функции h , которая определяется уравнением $h(x) = g(f(x))$. Некоторые значения снова заменены знаком вопроса (?).

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	5	?	?	7	1	2
$g(x)$	?	7	?	0	10	8
$h(x)$	?	8	0	5	?	9

Найдите $g(2) + h(4)$.

- A) 5 B) 8 C) 15 D) 16

14. [1,5 балл] Для функций p и q выполняется равенство $p(x) = q(30x) + 33$. Если $q(5) = 16$ и $p(5) = 629$, а q — линейная функция, то найдите формулу функции $p(x)$.

- A) $p(x) = 120x + 29$
B) $p(x) = 120x - 87$
C) $p(x) = 30x^2 - 60x + 179$
D) $p(x) = 36x^2 + 10x - 321$

15. [1,5 балл]

Найдите наибольшее значение выражению $4x + 3y$, если $x^2 + y^2 = 2x + 6y + 6$

- A) 33 B) 32 C) 74 D) 73

16. [1,5 балл] Если m и n — взаимно простые числа, какое наибольшее значение может принять $\text{НОД}(30m + n, 15n + 2m)$?

- A) 448 B) 224 C) 450 D) 225

17. [1,5 балл] Сколько пар целых чисел (m, n) удовлетворяют уравнению $m^2 + 2n^2 = 3(m + n)$?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) бесконечно много

18. [1,5 балл] На столе лежат 100 монет орлом вверх. За один ход разрешается перевернуть ровно 7 монет (каждая перевернутая монета меняет ориентацию: с орла на решку или с решки на орла). Какое минимальное количество ходов требуется, чтобы все монеты оказались решкой вверх?

- A) 15
B) 16
C) 18

D) Невозможно добиться, чтобы все монеты оказались решкой вверх

19. [1,5 балл] Если

$$T = \left(1 + \frac{1}{5^2}\right) \left(1 + \frac{1}{5^4}\right) \left(1 + \frac{1}{5^8}\right) \dots,$$

найдите значение $\sqrt[5]{9127}$.

- A) 9 B) 27 C) 81 D) 243

20. [1,5 балл] Жасур случайно выбирает действительное число из интервала $(5; 11)$. Текут — из интервала $(3; 10)$. Найдите вероятность того, что абсолютная разность их чисел не превышает 2.

- A) $\frac{29}{42}$ B) $\frac{13}{28}$ C) $\frac{23}{42}$ D) $\frac{23}{28}$

21. [2,6 балл] Для функции $f: N^2 \rightarrow N$ уравнение $f(2, 1) = 1$ выполняется, а также $f(m+1, n) = f(m, n) + m$

$$f(m, n+1) = f(m, n) - n$$

для всех натуральных чисел m и n . Сколько решений у уравнения $f(p, q) = 2025$? Здесь N — множество натуральных чисел.

- A) 15 B) 20 C) 30 D) 45

22. [2,6 балл] Область задана неравенствами: $y \geq 3x^2$, $y \leq 6 - \frac{3}{2}x$, $x \geq 0$.

В этой области построен прямоугольник наибольшей площади, одна сторона которого лежит на оси y . Найдите площадь прямоугольника.

- A) $\frac{22}{9}$ B) $\frac{9}{4}$ C) $\frac{20}{9}$ D) $\frac{7}{4}$