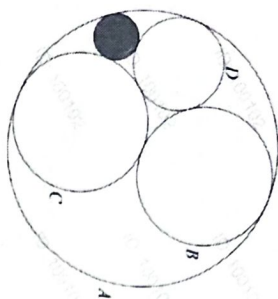


произведения $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$ и $\vec{u} \cdot \vec{w} = 2$, и угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{w}$ острый, то вычислите скалярное произведение $\vec{v} \cdot \vec{w}$.

A) 3 B) 4 C) 6 D) 12

24. [2,6 ball] На рисунке изображены пять окружностей, которые имеют общую точку касания. Большая окружность A имеет радиус 4 см. Две меньшие окружности B и C имеют радиусы по 2 см. Найдите радиус закрашенной окружности.



A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{6}$

25. [2,6 ball] Если для последовательности a_n задано равенство

$$a_n = \sqrt{1 + \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2} + \sqrt{1 + \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2},$$

то вычислите: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{19}}$.

A) 7 B) 42 C) 119 D) 120

26. [2,6 ball] В треугольнике ABC на стороне BC взята точка D такая, что $AD \perp BC$. Если $\tan B = 4 \sin C$, $AB^2 + CD^2 = 17$ и $AC^2 + BC^2 = 21$, найдите величину угла $\angle ACB$.

A) 72° B) 36° C) 60° D) 75°

27. [2,6 ball] Пусть u и v — действительные числа. Точка $u + vi$ на комплексной плоскости является центром описанной окружности треугольника с вершинами $A(3 + 4i)$, $B(5 - 6i)$ и $C(12 + i)$. Найдите $u + v$.

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

28. [2,6 ball] Для скольких целых неотрицательных чисел n выражение $n! + (n+1)! + (n+2)!$ является полным квадратом?

A) 1 B) 2 C) 3 D) бесконечно много

29. [2,6 ball] Если $1 + x + x^2 + \dots + x^{50} = (x-1)B(x)$, то найдите $B(1)$.

A) 1225 B) 1275 C) 1326 D) 2652

30. [2,6 ball] Найдите $f'(1)$ для функции $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

A) $2 \ln 2 - 1$ B) $2 \ln 2$

C) $2 \ln 2 + 1$ D) $\ln 2 + 1$



ЦЕНТР ПРЕДМЕТНЫХ ОЛИМПИАД

Расширяем таланты!

ЦЕНТР ПРЕДМЕТНЫХ ОЛИМПИАД ПРИ АГЕНСТВЕ
СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ

РАЙОННЫЙ (ГОРОДСКОЙ) ЭТАП ОСНОВНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМ ПРЕДМЕТАМ В 2025–2026 УЧЕБНОМ ГОДУ

СБОРНИК ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ (11 класс)

Фамилия, имя и отчество участника

Подпись

Данный сборник тестовых заданий состоит из 30 (1–30) заданий закрытого типа. Баллы, предусмотренные за каждое задание, указаны в тестовом сборнике. Все задания являются закрытого типа и содержат варианты ответов А, В, С и D. Участник должен выбрать только один правильный ответ для каждого задания и полностью закрасить соответствующий кружок в бланке ответов.

Выделенное время: 90 минут
Количество вопросов: 30 шт.
Максимальный балл: 50 баллов

Ushbu savollar kitobi 4 sahifadan iborat

Официальный телеграм-канал
Центра предметных олимпиад
@fpo_olimpiadalar_M

Решения олимпиадных заданий
будут регулярно публиковаться в
данном телеграм-канале



© Центр предметных олимпиад, 2025

1. [0,9 балл] Три точки случайно и независимо бросаются на отрезок $[0; 1]$. Найдите вероятность того, что третья точка попадет между первой и второй.

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{6}$

2. [0,9 балл] Найдите множество решений неравенства: $\frac{1}{|x-3|} + \frac{2}{x-3} \leq 5$

- A) $(-\infty; 3,2] \cup [3,6; \infty)$

- B) $(-\infty; 3) \cup (3; 3,2] \cup [3,6; \infty)$

- C) $(-\infty; 3) \cup [3,6; \infty)$

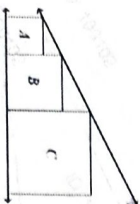
- D) $[3,2; 3,6]$

3. [0,9 балл] Найдите сумму действительных корней уравнения: $73x^2 + 5x - 1 = 5 - 5 - x$

- A) $-\frac{5}{3} - \frac{1}{3} \log_7 5$ B) $-\frac{5}{6} - \frac{1}{3} \log_7 5$

- C) $-\frac{5}{6} - \frac{1}{6} \log_7 5$ D) $-\frac{5}{6} - \frac{1}{6} \log_5 7$

4. [0,9 балл] Между двумя пересекающимися прямыми, как показано на рисунке, построены квадраты A, B и C, у которых одна сторона лежит на одной прямой, а одна вершина находится на другой прямой. Если площади квадратов A и B равны соответственно 3 и 4, найдите площадь квадрата C.



- A) 4,5 B) 5 C) $\frac{16}{3}$ D) 6

5. [0,9 балл] Если $(x+y)^2 = 2025 + xy$, найдите значение $\frac{(x+y)^5 - x^5 - y^5}{(x+y)^3 - x^3 - y^3}$. (Здесь $(x+y)xy \neq 0$)

- A) 3375 B) 2025 C) 1215 D) 45

6. [0,9 балл] Если число $\overline{ababab}$ делится на 52, найдите наибольшее возможное значение $a + b$.

- A) 12 B) 14 C) 15 D) 16

7. [0,9 балл] Для постоянных действительных чисел a и b , если при делении многочлена $P(x) = 2x^4 + ax^3 + bx - 1$ на $x^2 - x + 1$ получается остаток $3x + 2$, найдите значение произведения ab .

- A) -15 B) -18 C) -20 D) -42

8. [0,9 балл] $N = 9 + 99 + 999 + \dots + 99 \dots 99$ найди сумму цифр числа N . 2025 цифр

- A) 2040 B) 2042 C) 2043 D) 2045

9. [0,9 балл] В прямоугольнике ABCD из точки A как из центра проведена окружность радиусом AB. Эта окружность пересекает сторону AD в точке T ($AD > AB$). Из точки A проведена касательная к окружности, построенной на отрезке TD как на диаметре. Расстояние от точки A до точки касания равно 6. Найдите площадь прямоугольника.

- A) $12\sqrt{5}$ B) $6\sqrt{6}$ C) $12\sqrt{6}$ D) 36

10. [0,9 балл] Для натурального числа a справедливо равенство

$$a^2 - 1 = 2^{2025} (2^{2023} + 1), \text{ найдите значение } \frac{a-1}{32^{405}}.$$

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{1}{4}$

11. [1,5 балл] Каждая грань куба, изображенного справа, помечена положительным целым числом таким образом, что произведения чисел на каждой паре противоположных граней одинаковы. Найдите наименьшую возможную сумму всех чисел на гранях куба.

- A) 146 B) 161 C) 176 D) 196

12. [1,5 балл] Найдите сумму следующего ряда (где $i^2 = -1$)

$$\sum_{n=1}^{2025} \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}} \right)^n$$

- A) $\frac{1-i}{\sqrt{2}}$ B) 1 C) 0 D) $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$

13. [1,5 балл] Найдите угол между скрещивающимися диагоналями двух боковых граней правильной треугольной призмы, боковое ребро которой в три раза больше стороны основания.

- A) $\arccos \frac{1}{5}$ B) $\arccos \frac{7}{20}$ C) $\arccos \frac{7}{10}$ D) $\arccos \frac{1}{4}$

14. [1,5 балл] Для вещественной функции f выполнено уравнение

$$f(x) + 3xf\left(\frac{1}{x}\right) = 2(x+1). \text{ Найдите значение } f(2025).$$

- A) 2024 B) 1012 C) 1013 D) 2025

15. [1,5 балл] В гостинице для роботов есть 6 двухместных номеров. В каждый номер можно поселить 0, 1 или 2 робота. Нужно разместить всего 8 одинаковых роботов. Сколькими различными способами это можно сделать?

- A) 60 B) 90 C) 120 D) 720

16. [1,5 балл] Найдите область значений функции: $y = \arccos(2 \cos^2 x - \sin 2x)$.

- A) $(\arccos(1 - \sqrt{2}); \arccos(1 + \sqrt{2}))$

- B) $(0; \arctg(\sqrt{2\sqrt{2} + 2}))$

- C) $[0; \pi - \arctg(\sqrt{2\sqrt{2} + 2}))$

- D) $[0; \pi - \arccos(1 - \sqrt{2}))$

17. [1,5 балл] Сколько существует пар $(a; b)$, для которых выражение $\frac{a}{b} + \frac{6b}{25a}$ является целым числом для натуральных чисел a и b с $\text{НОК}(a; b) = 17$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

18. [1,5 балл] Если существует бесконечно много последовательностей

из последовательных натуральных чисел, сумма которых является кубом некоторого натурального числа, то что можно сказать о n ?

- A) n может быть любым числом
B) n может быть любым нечетным числом
C) n может быть любым четным числом
D) n может быть равно только 1

19. [1,5 балл] Сколько существует пар целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению $x^2 + xy + y^2 = 2025$

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6

20. [1,5 балл] У многочлена $P(x)$ все коэффициенты - целые неотрицательные числа. Известно, что $P(1) = 7$ и $P(5) = 707$. Чему равно $P(2)$?

- A) 68 B) 32 C) 38 D) 46

21. [2,6 балл] Найдите остаток от деления $2025^{2025^{2025}}$ на 140.

- A) 85 B) 65 C) 45 D) 25

22. [2,6 балл] Для всех действительных чисел дана функция $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, которая удовлетворяет условию:

$$\begin{cases} f(x+y) + f(x-y) = 2f(x)\cos y \\ f\left(\frac{\pi}{6}\right) = f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} + 1 \end{cases}$$

Найдите значение $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

- A) 1 B) 2 C) $\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{2}$

23. [2,6 балл] В одной плоскости лежат векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$, длины которых равны 1, $\sqrt{5}$ и $\sqrt{29}$ соответственно. Если скалярные